

NDA TEST SERIES-2.

MATHEMATICS.

SOLUTION

1. (b)	2. (d)	3. (b)	4. (c)	5. (c)	6. (b)	7. (d)	8. (b)	9. (c)	10. (d)
11. (c)	12. (b)	13. (b)	14. (b)	15. (b)	16. (c)	17. (a)	18. (c)	19. (a)	20. (b)
21. (d)	22. (b)	23. (c)	24. (a)	25. (a)	26. (a)	27. (a)	28. (c)	29. (c)	30. (b)
31. (b)	32. (b)	33. (c)	34. (a)	35. (a)	36. (d)	37. (c)	38. (c)	39. (b)	40. (c)
41. (a)	42. (a)	43. (b)	44. (a)	45. (c)	46. (c)	47. (c)	48. (d)	49. (d)	50. (d)
51. (b)	52. (b)	53. (b)	54. (d)	55. (b)	56. (b)	57. (c)	58. (d)	59. (c)	60. (d)
61. (d)	62. (c)	63. (c)	64. (b)	65. (d)	66. (c)	67. (b)	68. (a)	69. (b)	70. (b)
71. (d)	72. (a)	73. (a)	74. (d)	75. (b)	76. (d)	77. (c)	78. (c)	79. (c)	80. (a)
81. (d)	82. (b)	83. (d)	84. (b)	85. (d)	86. (a)	87. (c)	88. (d)	89. (a)	90. (d)
91. (c)	92. (c)	93. (b)	94. (a)	95. (c)	96. (a)	97. (b)	98. (a)	99. (d)	100. (b)
101. (a)	102. (c)	103. (c)	104. (c)	105. (c)	106. (c)	107. (c)	108. (b)	109. (b)	110. (c)
111. (d)	112. (d)	113. (b)	114. (d)	115. (a)	116. (b)	117. (a)	118. (d)	119. (b)	120. (b)

1. यहाँ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \right) \cdot \frac{(\sqrt{1+x} + 1)}{(\sqrt{1+x} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1}{x(\sqrt{1+x}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{1+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+0}+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

2. दिया है

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - 1 + 2 \sin^2 x / 2)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x / 2}{x^2 / 4} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x / 2}{x / 2} \right)^2 = 1\end{aligned}$$

3. यहाँ न तो $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

तथा न ही $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} = \frac{1}{e^0} = e^x = \infty$ का अस्तित्व है।

∴ (b) सही उत्तर है।

4. यहाँ $x^m + y^m = 1$

$$\begin{aligned}mn^{m-1} + my^{m-1} \frac{dy}{dx} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= - \left(\frac{x}{y} \right)^{m-1} = - \left(\frac{x}{y} \right) \text{ (दिया है)} \\ \Rightarrow m-1 &= 1 \Rightarrow m = 2\end{aligned}$$

5. यहाँ $f(x) = \frac{x^2}{|x|} = \pm \frac{x^2}{x} = \pm x$

धनात्मक होने पर $f(x) = x \Rightarrow f(0) = 0$

तथा ऋणात्मक होने पर $f(x) = -x \Rightarrow f(0) = 0$

अतः फलन $f(x)$ $x = 0$ पर संतत है।

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x^2-4)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

7. यहाँ वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = A$ (माना)

$$\begin{aligned}\text{तब } \frac{dA}{dt} &= 2\pi r \frac{dr}{dt} \\ &= 2\pi \times 10 \times 3\end{aligned}$$

$$= 60\pi \text{ cm}^2 \text{ s}$$

8. यहाँ $f^{-1}\left(\frac{x+5}{3}\right) = y$ (माना)

$$\text{तब } y = \frac{x+5}{3} \Rightarrow x = 3y - 5$$

$$\therefore f(x) = 3x - 5$$

9. 1. $y = \ln(\sec x + \tan x)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{\sec x + \tan x} (\sec x \cdot \tan x + \sec^2 x) \\ &= \frac{\sec x (\sec x + \tan x)}{\sec x + \tan x} = \sec x \end{aligned}$$

2. तथा $y = \ln(\operatorname{cosec} x - \cot x)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{\operatorname{cosec} x - \cot x} (-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x + \operatorname{cosec}^2 x) \\ &= \operatorname{cosec} x \frac{(\operatorname{cosec} x - \cot x)}{(\operatorname{cosec} x - \cot x)} = \operatorname{cosec} x \end{aligned}$$

\therefore 1 व 2 दोनों सही हैं।

10. यहाँ $f(x) = 2^{\sin x}$

$$\begin{aligned} \therefore f'(x) &= 2^{\sin x} \cos x \log 2 \\ &= (\cos x) 2^{\sin x} \log 2 \end{aligned}$$

11. यहाँ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 6x + 0 = 3x^2 - 6x$$

\therefore फलन वर्धमान है, तब

$$f'(x) > 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x > 0$$

$$\Rightarrow 3x(x - 2) > 0$$

$$\Rightarrow x > 2, x < 0$$

12. यहाँ केवल कथन 2 सही है। तत्समक फलन का हमेशा एकैकी आच्छादन होना आवश्यक नहीं है।

13. f स्वयं का प्रतिलोम है।

14. यहाँ $y = \ln(e^{mx} + e^{-mx})$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{e^{mx} + e^{-mx}} (m e^{mx} - m e^{-mx}) \\ &= \frac{m(e^{mx} - e^{-mx})}{(e^{mx} + e^{-mx})} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} \text{ } x = 0 \text{ पर } = \frac{m(1-1)}{1+1} = 0$$

15. $|x|$ का न्यूनतम मान 0 है।

16. यहाँ $p = 3, q = 4$

$$\text{तब } 4p = 12, 3q = 12$$

$$\therefore 4p = 3q$$

\therefore (c) सही उत्तर है।

17. दिया है $(2x + 3y + 4) + \lambda(6x - y + 12) = 0$

एक सरल रेखा है।

$$\text{तब } x(2 + \lambda) + y(3 - \lambda) + 12\lambda + 4 = 0$$

दिया है यह रेखा y -अक्ष के समान्तर है, तब

$$y \text{ का गुणांक } = 0$$

$$\Rightarrow 3 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 3$$

18. माना रेखा $y = 0$ बिन्दुओं $(3, -5), (-4, 7)$ को जोड़ने वाली रेखा को $a : b$ में विभाजित करती है, तब

$$\frac{a \times -4 + b \times 3}{a + b}, \frac{a \times 7 + b \times -5}{a + b}$$

तथा रेखा $y = 0$

$$\therefore \frac{a \times 7 - 5b}{a + b} = 0$$

$$\Rightarrow 7a - 5b = 0 \Rightarrow a : b = 5 : 7$$

19. यहाँ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$\text{तब } a = 2, b = 3$$

\therefore नाभीय दूरियों का योग $= 2a = 2 \times 2 = 4$ इकाई

20. किसी दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता $0 < e < 1$

21. दिया है $\theta = 45^\circ$ तब $m = \tan \theta = \tan 45 = 1$

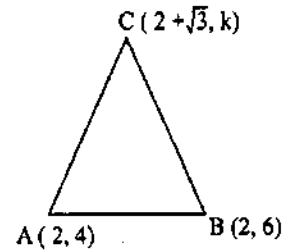
अतः रेखा का समीकरण $y = mx + c$

$$\Rightarrow y = 1 \cdot x + c$$

$$\Rightarrow y = x + c$$

$$\Rightarrow x - y + 101 = 0$$

22. \therefore दिया गया त्रिभुज समबाहु है, अतः



$$AB = BC = CA$$

$$\therefore AB = \sqrt{(2-2)^2 + (4-6)^2} = 2$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(2-2-\sqrt{3})^2 + (6-k)^2} \\ &= \sqrt{39 + k^2 - 12k} \end{aligned}$$

दिया है $AB = BC$

$$\Rightarrow 2 = \sqrt{39 + k^2 - 12k}$$

$$\Rightarrow 4 = k^2 - 12k + 39$$

$$\Rightarrow k^2 + 2k + 35 = 0$$

$$\Rightarrow (k-7)(k-5) = 0$$

$$\Rightarrow k = 5, \text{ या } 7$$

23. दिया है, बिन्दुओं $(7, 1, -3)$, व $(4, 5, \lambda)$ के बीच की दूरी 13 इकाई, तब

$$\therefore 13 = \sqrt{(7-4)^2 + (1-5)^2 + (-3-\lambda)^2}$$

$$\Rightarrow 169 = 9 + 16 + 9 + 6\lambda + \lambda^2$$

$$\Rightarrow \lambda^2 + 6\lambda - 135 = 0$$

$$\Rightarrow (\lambda + 15)(\lambda - 9) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 9 \quad (\because \lambda \neq -15)$$

24. P के निर्देशांक $(r \cos \alpha, 0, r \sin \alpha)$ होंगे।

25. बिन्दु $(1, 2, 0)$ की yz तल से दूरी $= 1$ इकाई

26. अक्षों की घनात्मक दिशाओं से समान आनत रेखा की दिक्कोज्याएं

$$\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle \text{ होती है।}$$

27. यहाँ $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1} \dots(i)$

\therefore रेखा (i) के दिक् अनुपात $a_1 = 1, b_1 = -2, c_1 = 0$

तथा रेखा (ii) $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3/2}{3/2} = \frac{z+5}{2}$

∴ रेखा (ii) के दिक् अनुपात

$$a_2 = 1, b_2 = 3/2, c_2 = 0$$

अब यहाँ $a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 1 \times 1 + (-2)(3/2) + (1)(2)$
 $= 1 - 3 + 2 = 0$

∴ रेखा (i) व (ii) के बीच $\pi/2$ का कोण है।

28. समतल बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरता है तथा इसके समांतर तल का समीकरण होगा

$$3x + 4y - 5z + k = 0$$

$$\rightarrow 3 \times 1 + 4 \times 2 - 5 \times 3 + k = 0 \Rightarrow k = 4$$

अतः अभीष्ट समीकरण

$$3x + 4y - 5z + 4 = 0$$

29. माना रेखा के दिक् अनुपात l, m, n है तब

$$Al + Bm + cn = 0$$

यहाँ $x - 3z - 4 = 0$ से $l - 3n = 0$... (i)

तथा $y - 2z + 3 = 0$ से $m - 2n = 0$... (ii)

समी० (i) व (ii) से $\frac{l}{3} = \frac{m}{2} = \frac{n}{1}$

तब दिक् अनुपात = $\langle 3, 2, 1 \rangle$

30. क्योंकि सरल रेखा z -अक्ष के समांतर है, तब

$$\text{दिक्कोज्याएँ} = (0, 0, 1)$$

अतः अभीष्ट समीकरण $\frac{x-a}{0} = \frac{y-b}{0} = \frac{z-c}{1}$

31. घात समुच्चय में अवयव = 2^n

32. यहाँ $A = \{0, 1, 2\}$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{3, 4\}$$

तब $(A \cup B) \times C$ में अवयव = $n(A \cup B) \times n(C)$

$$= 4 \times 2 = 8$$

33. यहाँ $\frac{\sqrt{2}+i}{\sqrt{2}-i} = \frac{(\sqrt{2}+i)^2}{(2)-(i)^2} = \frac{2+i^2+2\sqrt{2}i}{2+1}$
 $= \frac{1+2\sqrt{2}i}{3}$

तब मापक = $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{8}{9}} = 1$

34. विकर्णों की संख्या = $100C_2 - 100$

$$= \frac{100 \times 99}{2} - 100$$

$$= 4950 - 100 = 4850$$

35. माना कोण $a - d, a, a + d$ है

तब $a - d + a + a + d = 180$

$$\Rightarrow 3a = 180 \Rightarrow a = 60$$

तथा न्यूनतम कोण = $a - d = 30$

$$\Rightarrow 60 - d = 30 \Rightarrow d = 30$$

तब बृहत्तम कोण $a + d = 60 + 30 = 90$

$$= \frac{\pi}{2}$$

36. सारणिक का मान r से गुणित हो जायेगा।

37. विकर्ण आव्यूह का व्युत्क्रम विकर्ण आव्यूह होता है।

38. यहाँ $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

स्मरण है कि A का परिवर्त B है।

39. यहाँ $\begin{bmatrix} x \\ x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow x + y + z = 10$$

$$x + y = 5$$

$$y + z = 5$$

समी (i) व (ii) से $z = 5$

अतः समी० (iii) से $y = 0$

40. यदि आव्यूह AB शून्य आव्यूह है तब यह जरूरी नहीं कि या तो A शून्य आव्यूह हो या B शून्य आव्यूह हो।

उदाहरण के लिए $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

41. दिया है आव्यूह व्युत्क्रमणीय नहीं है, तब

$$\begin{bmatrix} \alpha & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(0+4) - 2(-3-4) + 2(3-0) = 0$$

$$\Rightarrow 4\alpha + 14 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-20}{4} = -5$$

42. यहाँ $\begin{bmatrix} x^2 & 1 & y^2 + z^2 \\ y^2 & 1 & z^2 + x^2 \\ z^2 & 1 & x^2 + y^2 \end{bmatrix} = X$ (माना)

∴ $C_1 \rightarrow C_1 + C_3$ लगाने पर

$$X = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & 1 & y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 & 1 & z^2 + x^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 & 1 & x^2 + y^2 \end{bmatrix}$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) \begin{bmatrix} 1 & 1 & y^2 + z^2 \\ 1 & 1 & z^2 + x^2 \\ 1 & 1 & x^2 + y^2 \end{bmatrix}$$

$$= x^2 + y^2 + z^2(0) = 0$$

∴ C_1 व C_2 समान है।

43. इस प्रकार का आव्यूह अदिश आव्यूह कहलाता है।

44. यहाँ $\sin 15 = \sin(45 - 30)$

$$= \sin 45 \cos 30 - \sin 30 \cos 45$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

45. यहाँ $4 \sin^2 \theta = 1$ जहाँ $0 < \theta < 2\pi$

तब $\sin^2 \theta = 1/4 \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{2}$

अब $\theta = 30, 150^\circ, 210, 330$ (चार) मान संभव हैं।